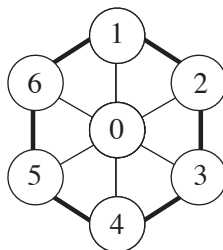


גרף "כוכב סגור"  $G_n$  הוא גרף לא מכוון שמורכב ממעגל של  $n$  קודקודים (מ-1 עד  $n$ ), המכונים "קודקודי המעגל", ומקודקוד נוסף - 0, המכונה "קודקוד מרכז", שנמצא במרכז המעגל ומחובר לכל אחד מ"קודקודי המעגל" (כך שסך הכול יש  $n + 1$  קודקודים בגרף). מספר "קודקודי המעגל" בגרף גדול מ-2 (כלומר  $n > 2$ ).

דוגמה: הגרף שלפניכם הוא גרף "כוכב סגור"  $G_6$ , כי הקודקודים 1 עד 6 יוצרים מעגל, והקודקוד הנוסף, 0, נמצא במרכז ומחובר לכל אחד מהם.



"קשתות המעגל" הן הקשתות המחברות את "קודקודי המעגל" זה לזה (למשל בדוגמה לעיל, הקשת שמחברת את הקודקודים 1 ו-2 זה לזה, הקשת שמחברת את הקודקודים 2 ו-3 זה לזה וכן הלאה).

"קשתות מרכזיות" הן הקשתות המחברות את "קודקוד מרכז" לכל אחד מ"קודקודי המעגל" (למשל בדוגמה לעיל, הקשת שמחברת את קודקוד 0 לקודקוד 1, הקשת שמחברת את קודקוד 0 לקודקוד 2 וכן הלאה).

א. נתון גרף "כוכב סגור"  $G_n$ .

(1) מה הן דרגות "קודקודי המעגל" בגרף, ומהי דרגת "קודקוד מרכז"? נמקו את תשובתכם.

(2) כמה "קשתות מעגל" יש בגרף, וכמה "קשתות מרכזיות" יש בגרף? נמקו את תשובתכם.

(3) האם הגרף הוא דו-צדדי? נמקו את תשובתכם.

ב. נתון גרף ממושקל שהוא "כוכב סגור"  $G_n$ , שבו לכל "קשתות המעגל" משקל 2, ולכל "קשתות המרכזיות" משקל 1.

כמה עפ"מים (עצים פורשים מינימליים) שונים יש בגרף? נמקו את תשובתכם.

ג. נתון גרף ממושקל שהוא "כוכב סגור"  $G_n$ , שבו לכל "קשתות המעגל" משקל  $b$  (גדול מ-0), ולכל "קשתות

המרכזיות" משקל  $m$  (גדול מ-0).

(1) הציבו ערכים ל- $b$  ו- $m$ , שעבורם כל מסלול קצר (קל) בין שני "קודקודי מעגל" יעבור דרך "קודקוד מרכז".

נמקו את תשובתכם.

(2) נתון כי  $b = 10$ . מהו הערך הגדול ביותר של  $m$  שעבורו כל מסלול קצר (קל) בין שני "קודקודי מעגל" עדיין יעבור

דרך "קודקוד מרכז"? נמקו את תשובתכם.