4. في هذ السؤال بندان، "أ – ب"، لا علاقة بينهما. أجيبوا عن البندين.

أ. أمامكم ستّة ادّعاءات 1-6. اختاروا أربعة منها، اكتبوا رقم الادّعاء، واذكروا بالنسبة لكلّ ادّعاء اخترتموه إذا كان صحيحًا أم غير صحيح. إذا كان الادّعاء صحيحًا – علِّلوا لماذا، وإذا كان غير صحيح – أعطوا مثالًا مناقضًا من رسم بيانيّ فيه 4 رؤوس على الأقلّ.

(1) معطى رسم بيانيّ ليس موجَّهًا، فيه n رؤوس. إذا كان في الرسم البيانيّ $n-1$ أقواس، فبالضرورة ليس فيه دوائر.

(2) معطى رسم بيانيّ موزون (ليس سالبًا) فيه دائرة واحدة على الأقلّ. الشجرة الامتداديّة الصغرى للرسم البيانيّ بالضرورة لا تحوي القوس الذي وزنه هو الأكبر في الرسم البيانيّ.

(3) معطى رسم بيانيّ ليس موجَّهًا فيه n رؤوس ومركِّب ارتباط واحد. يمكن أنّه، بعد مَحْو رأس واحد (والأقواس التي ترتبط به)، سيكون في الرسم البيانيّ $n-1$ مركِّبات ارتباط.

(4) معطى رسم بيانيّ ليس موجَّهًا بدون دوائر. مَسْحُ DFS يجد دائمًا أصغر بُعد ممكن بين رأسَيْن في الرسم البيانيّ يوجد بينهما مسار.

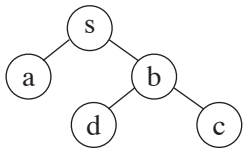
(5) معطى رسم بيانيّ موجَّه بدون دوائر. مَسْحُ DFS يجد دائمًا أصغر بُعد ممكن بين رأسَيْن يوجد بينهما مسار.

(6) معطى رسم بيانيّ ليس موجَّهًا. في الشجرة الامتداديّة DFS للرسم البيانيّ التي شُغِّلَت من رأس البداية s، يوجد رأس **v** له x أبناء. لذلك في كلّ شجرة امتداديّة DFS للرسم البيانيّ شُغِّلَت من رأس البداية **v**، يوجد للرأس **v** بالضرورة x أبناء على الأقلّ.

(انتبهوا: تكملة السؤال في الصفحة التالية.)

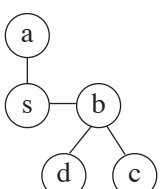
ب. معطى رسم بيانيّ <u>ليس موجَّهًا</u> G فيه 5 رؤوس: a، b، c، d، s .

بعد تشغيل DFS من رأس البداية **s** نتجت الشجرة التي في الرسم المعطى:

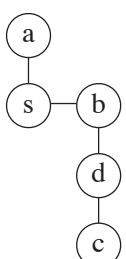


بالنسبة لكلّ واحدة من الشجرات الثلاث التي أمامكم، حدِّدوا هل من الممكن أنّها نتجت من تشغيل DFS على نفس الرسم البيانيّ G ، من رأس البداية **a** . علِّلوا تحديداتكم.

(iii)



(ii)



(i)