

לפניך הגדרה של חמש פעולות הפועלות על מבנה נתונים כלשהו.

שיים לב: שמות הפעולות שלפניך אינם כתובים ב-Java או ב-C#.

`insert(x)` — פעולה המכניסה למבנה איבר שערכו x מטיפוס שלם.

`showMin()` — פעולה המחזירה את הערך הנמוך ביותר במבנה, בלי לשנות את המבנה.

`getMax()` — פעולה המחזירה את האיבר שערכו הוא הגדול ביותר במבנה, ומוציאה אותו

מן המבנה. אם יש יותר מאיבר אחד כזה, הפעולה תחזיר ותוציא את זה שמופיע

ראשון.

`exists(x)` — פעולה בוליאנית המחזירה `true` אם האיבר שערכו x קיים במבנה. אחרת —

הפעולה מחזירה `false`.

`div7()` — פעולה בוליאנית המחזירה `true` אם קיים במבנה איבר שערכו מתחלק ב-7

בלי שארית. אחרת — הפעולה מחזירה `false`.

נרצה להציע מבני נתונים העומדים בדרישות סיבוכיות שונות למימוש פעולות מתוך

חמש הפעולות שהוגדרו.

דוגמה: רוצים להציע מבנה נתונים שאפשר לבצע עליו את הפעולות `insert` , `showMin`

בסיבוכיות $O(1)$, ואת הפעולות `exists` , `getMax` בסיבוכיות $O(n)$. לשם כך נגדיר את

מבנה הנתונים ונסביר כיצד ימומשו הפעולות.

שיים לב: במבנה זה אין צורך להתייחס לפעולה `div7` .

מבנה נתונים מתאים מורכב מ:

- רשימה מקושרת דו-כיוונית, lst מטיפוס שלם.
- מצביע על האיבר המינימלי שהוכנס לרשימה, min.

הפעולות יבוצעו כך:

הפעולה	הסבר כיצד תמומש	נימוק מדוע המימוש עומד בדרישות הסיבוכיות
insert(x)	— הכנסת האיבר x לראש הרשימה. — אם האיבר קטן מן המינימום עד כה, עדכון המצביע על min כך שיצביע על האיבר החדש.	— הכנסת איבר לראש הרשימה — $O(1)$. — אם הוכנס איבר שקטן מן המינימום: עדכון המצביע לאיבר המינימלי — $O(1)$. — אם הוכנס איבר ראשון — הכנסה לראש הרשימה ב- $O(1)$ ועדכון המצביע לאיבר הראשון שהוא גם המינימלי. סך הכול — $O(1)$.
showMin()	החזרת הערך של האיבר שעליו מצביע min.	החזרת הערך — $O(1)$.
exists(x)	מעבר על הרשימה lst וחיפוש האיבר שערכו x.	במקרה הגרוע — מעבר על כל הרשימה — $O(n)$.
getMax()	מעבר על הרשימה lst, חיפוש האיבר שערכו מקסימלי והוצאתו מן הרשימה.	— חיפוש האיבר שערכו מקסימלי — $O(n)$. — הוצאתו מן הרשימה — $O(1)$.

לפניך שני סעיפים א-ב. בעבור כל אחד מן הסעיפים עליך להציע מבנה נתונים מתאים העומד בדרישות המפורטות בסעיף. המבנה יכול להיות מורכב משילוב של כמה מבנים וטיפוסים שלמדת. לכל אחת מן הפעולות הסבר כיצד תממש אותה, ונמק מדוע המימוש עומד בדרישות (כפי שהוצג בטבלה שבדוגמה). אין צורך לממש את הפעולות.

א. ביצוע הפעולות insert, exists בסיבוכיות $O(n)$, וביצוע הפעולות showMin, getMax בסיבוכיות $O(1)$.

ב. ביצוע הפעולות insert, getMax בסיבוכיות $O(n)$, וביצוע הפעולה div7 בסיבוכיות $O(1)$.